

正 答 表

1		点
[問 1]	$\frac{1}{4} - \sqrt{2}$	5
[問 2]	$x = \frac{2}{5}, y = \frac{10}{3}$	5
[問 3]	6 個	5
[問 4]	$\frac{2}{9}$	5
[問 5]		5

数 学

2		点
[問 1]	$y = -\frac{1}{2}x + 3$	7
[問 2]	【 途中の式や計算など 】	11
[問 3]	($4 - 2\sqrt{2}$) cm	7

2点 B, D を通る直線が 2点 C, A を通る直線と平行になるとき、線分 CA を底辺としたときの $\triangle ABC$ の高さ $\triangle ADC$ の高さが等しくなるから、 $\triangle ABC$ の面積と $\triangle ADC$ の面積が等しくなる。
 2点 C, A を通る直線を l とする。
 直線 l と点 B を通り y 軸に平行な直線との交点を E, 直線 l と点 D を通り y 軸に平行な直線との交点を F とする。
 点 B と点 E, 点 E と点 F, 点 F と点 D, 点 D と点 B を結んでできる四角形 BEFD は $BE \parallel DF, BD \parallel EF$ が成り立つから平行四辺形になる。
 よって $BE = DF \dots ①$ が成り立つ。
 ここで、 $a = \frac{1}{4}, s = -\frac{8}{3}$ より、曲線 f の式は $y = \frac{1}{4}x^2$, 点 A (2,1), 点 B $(-\frac{8}{3}, \frac{16}{9})$, 点 C $(1, \frac{1}{2})$, 点 D $(t, \frac{1}{4}t^2)$ となる。
 2点 A (2,1), 点 C $(1, \frac{1}{2})$ を通る直線の式は $y = \frac{1}{2}x$ ゆえ 点 E $(-\frac{8}{3}, -\frac{4}{3})$, 点 F $(t, \frac{1}{2}t)$ と表される。
 よって、①より $\frac{16}{9} - (-\frac{4}{3}) = \frac{1}{4}t^2 - \frac{1}{2}t$ が成り立つ。
 これを整理して $9t^2 - 18t - 112 = 0$
 解の公式より $t = \frac{18 \pm \sqrt{18^2 - 4 \times 9 \times (-112)}}{2 \times 9}$
 $= \frac{14}{3}, -\frac{8}{3}$
 $t > 2$ ゆえ $t = \frac{14}{3}$

(答え) $t = \frac{14}{3}$

3		点
[問 1]	$\frac{49}{9}$ cm	7
[問 2]	(1) 【 証明 】	11
[問 2]	(2)	7

$\triangle ADE$ と $\triangle EDF$ において、
 仮定より $AC \perp BD, AD \perp EF$ だから、
 $\angle AED = \angle EFD = 90^\circ \dots ①$
 また、 $\angle D$ は共通 $\dots ②$
 ①② より、2組の角がそれぞれ等しいから、
 $\triangle ADE \sim \triangle EDF$ とわかる。
 よって、対応する角の大きさは等しいから、
 $\angle DAE = \angle DEF \dots ③$
 また、対頂角は等しいから、
 $\angle DEF = \angle GEB \dots ④$
 \widehat{CD} に対する円周角は等しいから、
 $\angle DAC (\angle DAE) = \angle DBC \dots ⑤$
 ③④⑤ より、 $\angle GBE = \angle GEB$ となる。
 よって、 $\triangle GBE$ は $GE = GB$ の二等辺三角形である。 $\dots ⑥$
 同様に、 $\triangle GCE$ は $GE = GC$ の二等辺三角形である。 $\dots ⑦$
 ⑥⑦ より、 $GB = GC$ だから、G は BC の中点であることがわかる。

$\triangle BCE$ の面積 $\triangle ADH$ の面積
 9 倍 $\frac{5 + 2\sqrt{3}}{4}$ 倍

小計 1 25 小計 2 25 小計 3 25 小計 4 25

(4-立)

4		点
[問 1]	$2\sqrt{10}$ cm	7
[問 2]	(1) $\frac{3\sqrt{2}}{2}x$ cm	7
[問 2]	(2) 【 途中の式や計算など 】	11
[問 2]	(2)	7

線分 QR を延長して、線分 JK と交わる点を T とする。
 $x = 1$ のとき、(1)より、 $IS = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ cm となり、
 $AS : AH = IS : EH = \frac{3\sqrt{2}}{2} : 6\sqrt{2} = 1 : 4$ となる。
 $\triangle AQS$ と $\triangle AGH$ ($\triangle APH$) において、辺 QS と辺 GH (辺 PH) が平行であるから、
 $\triangle AQS \sim \triangle AGH$ とわかり、その相似比は 1 : 4 となる。
 GH の長さは 4 cm であるから、QS の長さは 1 cm である。
 求める立体 AIQ-BJR の体積は、三角柱 AIS-BJT の体積から、三角すい A-IQS の体積と三角すい B-JRT の体積を引いたものである。
 図の対称性より、三角すい A-IQS の体積と三角すい B-JRT の体積は、どちらも
 $\frac{1}{2} \times 1 \times \frac{3}{2}\sqrt{2} \times 1 \times \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ cm³
 となる。また、三角柱 AIS-BJT の体積は、
 $\frac{1}{2} \times 1 \times \frac{3}{2}\sqrt{2} \times 4 = 3\sqrt{2}$ cm³
 である。よって、求める立体 AIQ-BJR の体積は、
 $3\sqrt{2} - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm³ となる。

(答え) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm³

合計得点 100