

数 学

1		点
(問1)	$\sqrt{2}$	5
(問2)	$x = -4, y = 3$	5
(問3)	$\frac{-9 \pm \sqrt{17}}{4}$	5
(問4)	$\frac{5}{36}$	5
(問5) 解答例		5

2		点
(問1)	$a = \frac{5}{18}, b = -\frac{1}{2}$	7
(問2)	$\frac{\sqrt{6}}{6}$	8
(問3) 解答例	【途中の式や計算など】	10

OA に平行な直線の式は、 $y = -x + n$  と表せる。  
 点  $P(p, p^2)$  を通るとき、 $p^2 = -p + n$   
 $n = p^2 + p$  であるから、  
 $y = -x + (p^2 + p)$   
 この直線と  $x$  軸との交点  $Q$  の座標は、  
 $y = 0$  より  $x = p^2 + p$  であるから、  
 $Q(p^2 + p, 0)$   
 同様に、点  $B(\frac{3}{2}, \frac{9}{4})$  を通り  
 OA に平行な直線の式は、  
 $y = -x + \frac{15}{4}$   
 この直線と  $x$  軸との交点  $R$  の座標は、  
 $y = 0$  より  $x = \frac{15}{4}$  であるから、 $R(\frac{15}{4}, 0)$   
 点  $A$  と点  $R$  を結ぶ。  
 $\triangle AOB$  と  $\triangle AOR$  の面積は等しく、  
 $\triangle AOQ$  の面積が  $\triangle AOB$  の面積の  $\frac{8}{15}$  倍であるから、  
 $\triangle AOQ$  と  $\triangle AOR$  の面積比は  $8 : 15$   
 $OQ : OR = 8 : 15$  であるから、  
 $(p^2 + p) : \frac{15}{4} = 8 : 15$   
 $15(p^2 + p) = \frac{15}{4} \times 8$   
 これより  $p^2 + p - 2 = 0$   
 $(p + 2)(p - 1) = 0$   
 $0 < p < \frac{3}{2}$  より、 $p = 1$

(答え) 1

3		点
(問1)	30 度	7
(問2) 解答例	(1) 【証明】	10

$\triangle HBG$  と  $\triangle FBG$  において、  
 仮定より、  
 $HG = PR = BR = FG$  … ①  
 共通の辺であるから、  
 $BG = BG$  … ②  
 $\triangle ABG$  と  $\triangle AFR$  において、共通の角であるから、  
 $\angle GAB = \angle RAF$   
 折っていることから、  
 $AB = AF$   
 $AG = AR$   
 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、  
 $\triangle ABG \cong \triangle AFR$   
 対応する角はそれぞれ等しいから、  
 $\angle AGB = \angle ARF$   
 $\triangle ARS$  は長方形で、 $\angle ARF = 90^\circ$   
 したがって、  
 $\angle HGB = \angle AGB = \angle ARF = 90^\circ$   
 $\angle HGB = \angle FGB = 90^\circ$  … ③  
 ①、②、③より、  
 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、  
 $\triangle HBG \cong \triangle FBG$

(問2) (2) (  $3a$  ) 度 8

4		点
(問1)	(1) $\frac{73}{6} \text{ cm}^3$	7
(問1)	(2) $\sqrt{6} + 2\sqrt{2}$	8
(問2) 解答例	【途中の式や計算など】	10

M から線分 AL に引いた垂線を MK とすると  
 MK は線分 AL の垂直二等分線であり、  
 MK は底面 ABC に垂直である。  
 $\triangle BAC$  は、 $\angle BAC = 90^\circ$  の直角二等辺三角形  
 であり、 $LB = LC$  であるから、  
 $AL = \frac{1}{\sqrt{2}} AB = \frac{3\sqrt{2}}{2}$   
 よって、  
 $LM^2 = MK^2 + LK^2 = 3^2 + \left(\frac{3\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{81}{8}$   
 $IL^2 = IA^2 + AL^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{27}{4} = \frac{54}{8}$   
 さらに、 $\triangle HIG$  は正三角形であり、  
 $GH = \frac{1}{2} EF = \frac{3\sqrt{2}}{2}$  であるから、  
 $MI = \frac{\sqrt{3}}{2} GI = \frac{\sqrt{3}}{2} GH = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{6}}{4}$   
 よって、  
 $IL^2 + MI^2 = \frac{54}{8} + \left(\frac{3\sqrt{6}}{4}\right)^2 = \frac{81}{8} = LM^2$   
 が成り立ち、 $\angle MIL = 90^\circ$   
 したがって、 $\triangle ILM$  の面積を  $S$  とすると、  
 $S = \frac{1}{2} \times IL \times MI = \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} \times \frac{3\sqrt{6}}{4} = \frac{27\sqrt{2}}{16}$   
(cm<sup>2</sup>)

(答え)  $\frac{27\sqrt{2}}{16} \text{ cm}^2$