

正答表

数 学

(3-西)

	1	点
[問 1]	$-\frac{1}{9}$	5
[問 2]	$x = \frac{1 \pm \sqrt{22}}{3}$	5
[問 3]	$\frac{1}{5}$	5
[問 4]	52 度	5
[問 5] 解答例		5

	2	点
[問 1]	(1) $t = -1 + \sqrt{5}$	7
[問 1] 解答例	(2) 【途中の式や計算など】	10
	$P\left(t, \frac{1}{2}t^2\right), Q\left(-t, \frac{1}{2}t^2\right), A\left(3, \frac{9}{2}\right), B\left(-3, \frac{9}{2}\right)$ である。 $\triangle ABD$ と $\triangle CPD$ の相似比は8:1より、 $PC = 6 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{4}$ (cm)となるので、 $C\left(t - \frac{3}{4}, \frac{1}{2}t^2\right)$ と表せる。2点O, Aを通る直線の式は $y = \frac{3}{2}x$ であり、点Cは この直線上の点であることから、 $\frac{1}{2}t^2 = \frac{3}{2}\left(t - \frac{3}{4}\right)$ $4t^2 - 12t + 9 = 0 \quad \therefore t = \frac{12 \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \times 4 \times 9}}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$ よって $P\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{8}\right)$ となる。 そこで、2点B, Pを通る直線の式を $y = mx + n$ とおくと $\begin{cases} \frac{3}{2}m + n = \frac{9}{8} \\ -3m + n = \frac{9}{2} \end{cases}$ これを解いて、 $m = -\frac{3}{4}, n = \frac{9}{4}$ したがって、点Dは直線 $y = \frac{3}{2}x$ と直線 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{4}$ の交点であるから、 連立方程式を解いて、 $x = 1, y = \frac{3}{2}$ (答え) $D\left(1, \frac{3}{2}\right)$	

	3	点
[問 1]	90 度	7
[問 2] 解答例	【証明】	10

頂点Aと頂点Cを結ぶと、
仮定より点Iは対角線AC上にある。
 $\triangle AIE$ と $\triangle CIG$ において、
点Iは、平行四辺形ABCDの対角線の交点より、
 $AI = CI \dots ①$
対頂角は等しいから、 $\angle AIE = \angle CIG \dots ②$
平行四辺形の対辺なので、 $AB//DC \dots ③$
③より、錯角は等しいので、 $\angle EAI = \angle GCI \dots ④$
①, ②, ④より、
1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、
 $\triangle AIE \cong \triangle CIG$
合同な图形の対応する線分の長さは等しいので、
 $EI = GI \dots ⑤$
頂点Bと頂点Dを結ぶと、
仮定より点Iは対角線BD上にある。
 $\triangle BIF$ と $\triangle DIH$ において、
同様にして、
 $\triangle BIF \cong \triangle DIH$ であるから、 $FI = HI \dots ⑥$
四角形EFGHにおいて、
⑤, ⑥より、対角線がそれぞれの中点で交わるので、
四角形EFGHは平行四辺形である。

	4	点
[問 1]	12	7
[問 2] 解答例	【説明】	10

$N = x + y$ について、 $xy = m^2 - n^2$ より
 $xy = (m+n)(m-n)$
 x, y, m, n は自然数で、 $xy > 0, m+n > 0$ なので
 $m-n > 0$ となる。
また、 $m+n > m-n$ である。
 $x > y$ なので、
 $x = m+n \dots ① \quad y = m-n \dots ②$ とすると
①+②より
 $m = \frac{x+y}{2}$
①-②より
 $n = \frac{x-y}{2}$
ここで、 m, n が自然数となるには
 $x+y$ と $x-y$ がともに偶数と
ならなければならない。
 $x+y$ と $x-y$ がともに偶数となるのは【表】より
 x と y がどちらとも偶数か、どちらとも奇数の
場合である。
このとき、 $N = x+y$ より、 N は偶数となる。